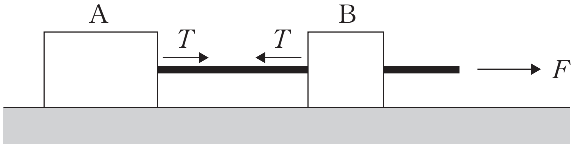
第3講　運動方程式

1

なめらかな水平面上に置かれた質量 M の物体Aと質量 m の物体Bが，図のように軽くて伸びない糸でつながれている。重力加速度の大きさを g として次の設問に答えよ。



物体Bを水平面に平行に大きさ F の力で右向きに静かに引いたら，物体A，Bは大きさ a の加速度で動いた。

(1)　物体AとBの間の糸の張力の大きさを T とする。物体Aと物体Bの運動方程式を立てよ。

(2)　このときの a を F，m，M を用いて表せ。

(3)　このときの T を M，m，F を用いて表せ。

(4)　つぎに物体AとBを，床との動摩擦係数が μ' の平面上に移し，Bを平面に水平に大きさ F' の力で右向きに静かに引いたら，A，Bは一定の加速度で動いた。このときのAとBの間の糸の張力の大きさを M，m，F' を用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

２

図１に示すように，水平な床面と角度θをなす滑らかな斜面を固定し，この斜面上に質量M_Aの物体Ａをのせた質量M_Bの台車Ｂを置く。物体Ａと台車Ｂの上方の壁は糸でつながれており，物体Ａの下端から台車Ｂの下方の壁までの距離はLである。台車Ｂの上端につけた細いひもの他端に滑車Ｐを通して質量M_CのおもりＣをつり下げたところ，全体がつりあって静止した。滑車は軽くて滑らかに回転でき，糸やひもの質量は無視できるとする。重力加速度の大きさはgである。以下の文章中の［①］～［③］には数値とM_A，M_B，θ，gを用い，［④］～［⑨］には数値とM_B，M_C，θ，g，t_0を用いた適当な数式を記入せよ。なお，物体Ａと台車Ｂの速度，加速度は斜面上向きを正とし，おもりＣの速度，加速度は鉛直下向きを正とする。

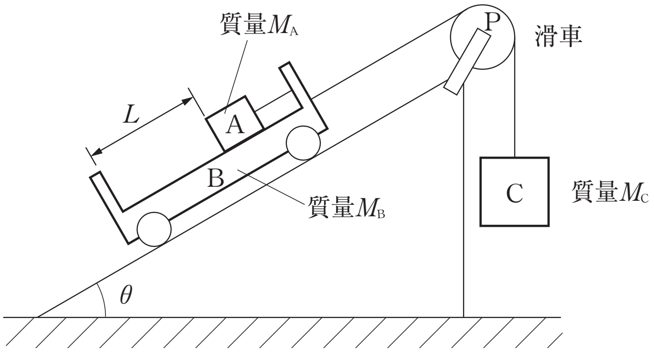


図１

(1)　糸が物体Ａを引く力はT_1＝［①］となる。

(2)　ひもが台車Ｂを引く力はT_2＝［②］となる。

(3)　M_A，M_B，M_Cの間に成立する関係式はM_C＝［③］となる。

次に，物体Ａと台車Ｂの上方の壁をつないでいた糸が突然切れて，物体Ａは滑らかな台車上を斜面に平行に下方に滑り始め，台車Ｂは斜面上を上方に向かって動き始めた。

(4)　糸が切れたあと，斜面からみた物体Ａの加速度の大きさはa_A＝［④］となる。

(5)　糸が切れたあとも，台車ＢとおもりＣはひもでつながれているので，同じ大きさの加速度a_{BC}で運動する。台車ＢおよびおもりＣをひもが引く力は等しく，その大きさをT_3とすると，台車ＢおよびおもりＣの運動方程式は

$M_B\, a_{BC} = T_3 -$［⑤］

$M_C\, a_{BC} =$［⑥］$- T_3$

となる。

(6)　(5)で求めた２つの式から，a_{BC}，T_3を求めると，a_{BC}＝［⑦］，T_3＝［⑧］となる。

(7)　糸が切れて時間t_0経過後に物体Ａが台車Ｂの下方の壁に衝突した。このとき，糸が切れる前の物体Ａの下端から台車Ｂの下方の壁までの距離はL＝［⑨］である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

質量と大きさが等しい均質な三つの直方体形の物体A，B，Cを，図1に示すように端をそろえて積み重ね，水平で滑らかな床の上に置き，中央の物体Bにひもをつけて一定の大きさの力で水平右向きに引っ張る。AとBの間及びBとCの間の動摩擦係数は等しいとし，μ' とする。また，Cと床との間に働く摩擦力は無視する。各物体の質量を m，重力加速度を g，物体の長さを l として次の問に答えよ。

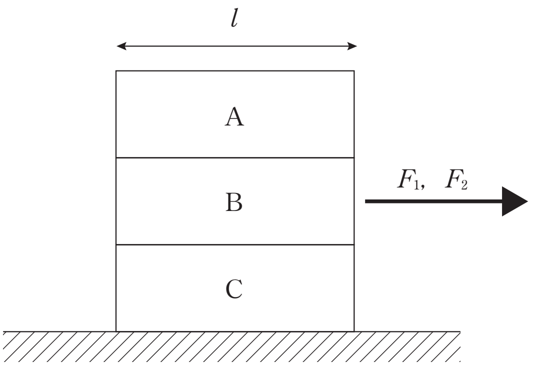


図1

問1　大きさ F_1 の力で引っ張ったところ，A，B，Cは一体となって運動した。

(1)　物体の加速度の大きさを求めよ。

(2)　AとBの間，及びBとCの間に働いている摩擦力の大きさをそれぞれ求めよ。

(3)　静止の状態から水平距離 d 進んだ時点での物体の速さを求めよ。

問2　大きさ F_2 の力で引っ張ったところ，AとB, BとCの間でそれぞれ滑り運動が生じた。ただし，三つの物体はそれぞれ隣り合う物体と面を接して運動しているとする。

(1)　A，B，Cのそれぞれの加速度の大きさを求めよ。

(2)　Aの長さの半分がBに接している瞬間に，Cに接しているBの部分の長さを求めよ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　確認テスト

以下の[1]から[7]にあてはまる答えを各解答群から１つ選び，マークせよ。ただし，同じ番号をくり返し用いてもよい。数値を選ぶ場合はもっとも近い値を選ぶものとする。

(1)

図１のように，なめらかな水平面Ｈ上に質量 M_1 の物体Ａと質量 M_2 の物体Ｂが軽くて伸び縮みしない糸Ｋでつながれて水平面内の x 軸上を運動している。物体Ａには x 軸の正の向きの力が働き，糸Ｋはたるまず，物体Ａ，Ｂの加速度は同じ値である。

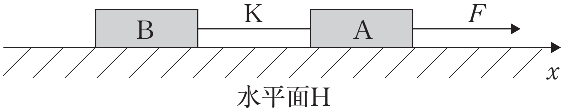


図１

物体Ａに働く力の大きさを F，糸Ｋの張力の大きさを T とし，物体Ａと物体Ｂの x 方向の加速度を a とすると，物体Ａ，Ｂの x 方向の運動方程式は，それぞれ，$M_1a=$ [1]，$M_2a=$ [2]となる。これらを解くと，物体Ａ，Ｂの x 方向の加速度は $a=$ [3]，張力の大きさは $T=$ [4]となる。

[1]，[2]の解答群

① F　② $F+T$　③ $F-T$　④ T

⑤ $-T$　⑥ $F+2T$　⑦ $F-2T$　⑧ 0

[3]，[4]の解答群

① $\dfrac{F}{M_1+M_2}$　② $\dfrac{M_1+M_2}{F}$　③ $\dfrac{FM_1}{M_1+M_2}$　④ $\dfrac{FM_2}{M_1+M_2}$

⑤ $\dfrac{F}{M_1}$　⑥ $\dfrac{F}{M_2}$　⑦ $\dfrac{FM_1}{M_2}$　⑧ $\dfrac{FM_2}{M_1}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)

図２のように，あらい水平面Ⅰ上に質量 M_1 の物体Ａと質量 M_2 の物体Ｂが重なって水平面内の x 軸上を運動している。物体Ａには x 軸の正の向きに大きさが F の力が働いている。BI 間の動摩擦係数は $\frac{\mu}{2}$ である。また，重力加速度の大きさを g とする。

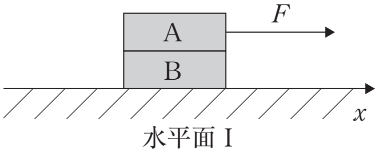


図２

物体Ａ，Ｂの x 方向の加速度をそれぞれ a_1，a_2 とし，ＢがＡにおよぼす摩擦力の大きさを f_{AB}，ⅠがＢにおよぼす摩擦力の大きさを f_{BI} とすると，物体Ａ，Ｂの x 方向の運動方程式はそれぞれ，$M_1a_1=$ [5]，$M_2a_2=$ [6] となる。

F がじゅうぶん小さいとき，物体Ａ，Ｂは互いにすべることなく一体となって，x 方向の加速度 a で水平面Ⅰ上を運動した。このときの加速度は $a=$ [7] である。

[5]，[6] の解答群

① F　② $-F$　③ $F+f_{AB}$　④ $F-f_{AB}$

⑤ f_{AB}　⑥ $-f_{AB}$　⑦ $f_{AB}+f_{BI}$　⑧ $f_{AB}-f_{BI}$

[7] の解答群

① μg　② $-\frac{\mu g}{2}$　③ $\frac{F}{M_1}+\mu g$　④ $\frac{F}{M_1}-\frac{\mu g}{2}$

⑤ $\frac{F}{M_2}+\mu g$　⑥ $\frac{F}{M_2}-\frac{\mu g}{2}$　⑦ $\frac{F}{M_1+M_2}+\mu g$　⑧ $\frac{F}{M_1+M_2}-\frac{\mu g}{2}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　解答

1

(1)　A：$Ma=T$　　B：$ma=F-T$　　(2)　$a=\dfrac{F}{m+M}$

(3)　$T=\dfrac{M}{m+M}F$　　(4)　$\dfrac{M}{m+M}F'$

2

① $M_\mathrm{A}g\sin\theta$　　② $(M_\mathrm{A}+M_\mathrm{B})g\sin\theta$

③ $(M_\mathrm{A}+M_\mathrm{B})\sin\theta$　　④ $-g\sin\theta$

⑤ $M_\mathrm{B}g\sin\theta$　　⑥ $M_\mathrm{C}g$

⑦ $\dfrac{M_\mathrm{C}-M_\mathrm{B}\sin\theta}{M_\mathrm{B}+M_\mathrm{C}}g$　　⑧ $\dfrac{M_\mathrm{B}M_\mathrm{C}}{M_\mathrm{B}+M_\mathrm{C}}(1+\sin\theta)g$

⑨ $\dfrac{M_\mathrm{C}(1+\sin\theta)}{2(M_\mathrm{B}+M_\mathrm{C})}g{t_0}^2$

3

問１　(1)　$\dfrac{F_1}{3m}$　　(2)　ともに　$\dfrac{F_1}{3}$　　(3)　$\sqrt{\dfrac{2F_1d}{3m}}$

問２　(1)　A：$\mu' g$　　B：$\dfrac{F_2}{m}-3\mu' g$　　C：$2\mu' g$　　(2)　$\dfrac{F_2-3\mu' mg}{2(F_2-4\mu' mg)}l$

第３講　確認テスト

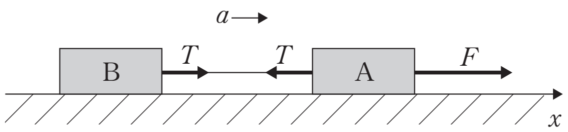
【解答】

1　③　　2　④　　3　①　　4　④　　5　④

6　⑧　　7　⑧

【解説】

(1)　物体にかかる，水平方向の力は図の様になる。運動方程式は



A：$M_1 a = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{T}$ _1

B：$M_2 a = \boldsymbol{T}$ _2

和をとると，

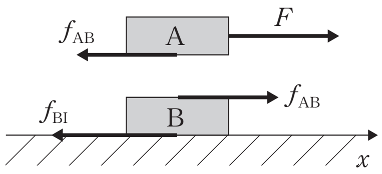
$$(M_1 + M_2)a = F \qquad \therefore \quad a = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{M_1} + \boldsymbol{M_2}} \text{ _3}$$

Ｂの式へ代入して，

$$T = \frac{\boldsymbol{M_2 F}}{\boldsymbol{M_1} + \boldsymbol{M_2}} \text{ _4}$$

(2)　物体にかかる，水平方向の力は図の様になる。

運動方程式は



A：$M_1 a_1 = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{f_{AB}}$ _5

B：$M_2 a_2 = \boldsymbol{f_{AB}} - \boldsymbol{f_{BI}}$ _6

Ａ，Ｂが一体となって運動するとき，$a_1 = a_2 = a$ ゆえ，上の２式の和をとると，

$$(M_1 + M_2)a = F - f_{BI}$$

動摩擦力は

$$f_{BI} = \frac{\mu}{2} \times (M_1 + M_2)g = \frac{1}{2}\mu(M_1 + M_2)g$$

となるので，代入して

$$a = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{M_1} + \boldsymbol{M_2}} - \frac{\boldsymbol{\mu g}}{\boldsymbol{2}} \text{ _7}$$

を得る。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。